

1 作业题

问题 1.1. 某交易员持有 55000 单位的某种资产，她想用另外一种与资产相关的期货来进行对冲。每份期货是关于 5000 单位的某种资产。在对冲期限内，即期价格变化的标准差为 $\sigma_S = 0.43$ ，期货价格变化的标准差为 $\sigma_F = 0.40$ ，即期价格与期货价格变化的相关系数为 $\rho = 0.95$ 。

- (a) 最小方差对冲比率是多少?
- (b) 对冲者应该采用多头还是空头?
- (c) 期货对冲的最佳数量是多少?

解. (a) 由最小方差对冲比率的计算公式 $h^* = \rho \cdot \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$:

$$h^* = 0.95 \times \frac{0.43}{0.40} = 0.95 \times 1.075 = 1.02125$$

(b) 这位交易员手头有现货，属于多头。担心价格下跌的话，得在期货市场上做空头。这样现货跌的时候，期货那边能赚点钱补回来。所以应该采用 **空头**。

(c) 所需合约数:

$$N = h^* \times \frac{Q_S}{Q_F} = 1.02125 \times \frac{55000}{5000} = 1.02125 \times 11 = 11.23375$$

期货合约得取整，所以拿 **11 份** 比较合适。

问题 1.2. 某投资者持有 500 万的股票投资组合，组合为股票 A、股票 B、股票 C，其组合比例为 (0.2, 0.3, 0.5)， β 系数分别为 1.2、1.5、0.9。现股票指数为 400 点，市场无风险利率 $r = 10\%$ ，红利率 $q = 4\%$ （均为连续年利率）。股指期货合约乘数为 $z = 250$ 。投资者希望利用 6 个月期的股指期货进行投资组合的套期保值。请给出具体的操作策略。

解. 先算投资组合的加权平均 β 系数:

$$\beta_P = 0.2 \times 1.2 + 0.3 \times 1.5 + 0.5 \times 0.9 = 0.24 + 0.45 + 0.45 = 1.14$$

再用股指期货定价公式计算理论价格。已知 $S_0 = 400$ ， $r = 10\%$ ， $q = 4\%$ ， $T = 0.5$ 年:

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T} = 400 \times e^{(0.10-0.04) \times 0.5} = 400 \times e^{0.03} \approx 400 \times 1.03045 = 412.18$$

每份股指期货合约的名义价值为:

$$V_F = F_0 \times z = 412.18 \times 250 = 103045 \text{ 元}$$

需要卖出的合约份数为:

$$N = \beta_P \times \frac{V_P}{V_F} = 1.14 \times \frac{5000000}{103045} \approx 1.14 \times 48.52 = 55.31$$

故我们的操作策略为: **卖出 55 份 6 个月期的股指期货合约**。