

1 作业题

问题 1.1. 三明治差价期权组合 (Sandwich Spread Portfolio) 是由 2 份期权的多头和 2 份期权的空头所组成的四重期权组合。4 份期权的标的股票相同，到期日相同；可以买权组成，也可以由卖权组成，但必须全是看涨期权，或者全是看跌期权。所买入期权的执行价格位于 4 份期权执行价格的两端，所卖出期权的执行价格位于 4 份期权执行价格的中间。求如下交易策略中的三明治期权组合的期末盈亏损益，并给出损益图：

- 看涨期权多头各 1 份：执行价格分别为 K_1, K_4 ，期权价格分别为 c_1, c_4 ；
- 看涨期权空头各 1 份：执行价格分别为 K_2, K_3 ，期权价格分别为 p_2, p_3 ；
- 其中 S_T 为到期日 T 时刻的股票价格，且 $K_1 < K_2 \leq K_3 < K_4$ 。



解. 我们考虑这样的一个组合：

买入一份执行价格为 K_1 的看涨期权，买入一份执行价格为 K_4 的看涨期权，同时卖出一份执行价格为 K_2 的看涨期权和一份执行价格为 K_3 的看涨期权。

初始净支出为

$$I = c_1 + c_4 - p_2 - p_3.$$

到期时，不考虑初始权利金的组合收益为

$$V_T = (S_T - K_1)^+ + (S_T - K_4)^+ - (S_T - K_2)^+ - (S_T - K_3)^+.$$

由于 $K_1 < K_2 \leq K_3 < K_4$ ，分区间讨论可得

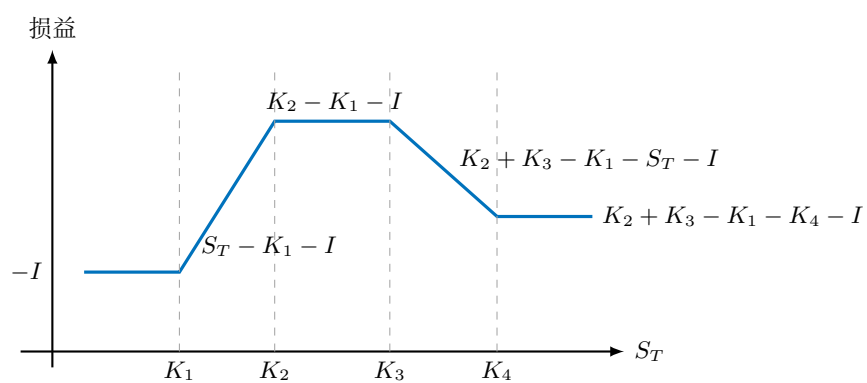
$$V_T = \begin{cases} 0, & S_T \leq K_1, \\ S_T - K_1, & K_1 < S_T \leq K_2, \\ K_2 - K_1, & K_2 < S_T \leq K_3, \\ K_2 + K_3 - K_1 - S_T, & K_3 < S_T \leq K_4, \\ K_2 + K_3 - K_1 - K_4, & S_T > K_4. \end{cases}$$

若不考虑权利金的时间价值，期末损益为 $V_T - I$ ，即

$$\text{损益} = \begin{cases} -I, & S_T \leq K_1, \\ S_T - K_1 - I, & K_1 < S_T \leq K_2, \\ K_2 - K_1 - I, & K_2 < S_T \leq K_3, \\ K_2 + K_3 - K_1 - S_T - I, & K_3 < S_T \leq K_4, \\ K_2 + K_3 - K_1 - K_4 - I, & S_T > K_4. \end{cases}$$

若需要考虑资金时间价值，只需将上式中的 I 替换为 $Ie^{r(T-t)}$ 。（我们下面画的图就按照不考虑时间价值来画）

所以该组合的损益图形状如下（见下一页）



□