

作业七

杨赜 2313878

December 18, 2025

问题. 设市场组合为 M , 其中 $E(r_M) = 0.20$, $\sigma_M = 0.1$, 无风险证券的收益率 $r_f = 8\%$, 现有证券 A, B 的收益率标准差为 $\sigma_A = 0.3$, $\sigma_B = 0.20$, 且它们的收益率与 M 的收益率的相关系数分别为 0.5、0.6。

- (1) 求证券 A 、证券 B 以及两证券组合比例为 (0.2 0.8) 时的投资组合的 β 系数。
- (2) 根据 CAPM 计算证券 A 、证券 B , 以及两证券组合比例为 (0.2 0.8) 时的投资组合的期望收益率。
- (3) 若证券 A 今年每股红利为 1 元, 且预计今后每年的股利均以 5% 的速率来增长。试以 (2) 计算出的证券 A 的期望收益率为基准收益率, 计算该证券的内在价值。
- (4) 若目前证券 A 的每股市价为 10 元, 问是否可以购买该证券? 说明原因。

解.

- (1) 证券 i 的 β 系数定义为 $\beta_i = \frac{\sigma_i \cdot \rho_{i,M}}{\sigma_M}$ 。计算可得

$$\beta_A = \frac{\sigma_A \cdot \rho_{A,M}}{\sigma_M} = \frac{0.3 \times 0.5}{0.1} = 1.5,$$

$$\beta_B = \frac{\sigma_B \cdot \rho_{B,M}}{\sigma_M} = \frac{0.2 \times 0.6}{0.1} = 1.2.$$

当投资组合 P 中证券 A 、 B 的权重分别为 $w_A = 0.2$, $w_B = 0.8$ 时, 投资组合的 β 系数为各证券 β 系数的加权平均:

$$\beta_P = w_A \beta_A + w_B \beta_B = 0.2 \times 1.5 + 0.8 \times 1.2 = 0.3 + 0.96 = 1.26.$$

- (2) CAPM 公式为 $E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_M) - r_f]$

 注. 具体详见第六章课件第 21 页.

其中 $r_f = 0.08$, β_i 见第一问, $E(r_M) = 0.20$, 代入可得:

$$E(r_A) = 0.08 + 1.5 \times 0.12 = 0.08 + 0.18 = 0.26,$$

$$E(r_B) = 0.08 + 1.2 \times 0.12 = 0.08 + 0.144 = 0.224,$$

$$E(r_P) = 0.08 + 1.26 \times 0.12 = 0.08 + 0.1512 = 0.2312.$$

- (3) 证券 A 今年每股红利 $D_0 = 1$ 元, 股利增长率 $g = 0.05$, 由固定增长模型:

 注. 具体详见 *CAPM* 的应用 (第六章课件第 31 页) .

$$V_A = \frac{D_0(1+g)}{E(r_A) - g} = \frac{1 \times 1.05}{0.26 - 0.05} = \frac{1.05}{0.21} = 5 \text{ 元}.$$

- (4) 证券 A 的当前市价 $P_A = 10$ 元, 而由 (3) 我们可知该证券的内在价值 $V_A = 5$ 元。由于 $P_A > V_A$, 该证券当前被高估, 因此不应购买该证券。

□