

期货对冲与套期保值

杨锐 2313878

2026 年 3 月 25 日

1 问题一：最小方差对冲

某交易员持有 55000 单位的某种资产，她想用另外一种与资产相关的期货来进行对冲。每份期货是关于 5000 单位的某种资产。在对冲期限内，即期价格变化的标准差为 $\sigma_S = 0.43$ ，期货价格变化的标准差为 $\sigma_F = 0.40$ ，即期价格与期货价格变化的相关系数为 $\rho = 0.95$ 。

问题 1.1. (a) 最小方差对冲比率是多少？

Solution 1.1. 最小方差对冲比率 h^* 的公式为：

$$h^* = \rho \cdot \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

代入已知数据：

$$h^* = 0.95 \times \frac{0.43}{0.40} = 0.95 \times 1.075 = 1.02125$$

因此，最小方差对冲比率为 $\boxed{1.02125}$ 。

□

问题 1.2. (b) 对冲者应该采用多头还是空头？

Solution 1.2. 该交易员持有现货资产（多头头寸），为了对冲价格下跌的风险，她需要在期货市场上建立相反的头寸。当现货价格下跌时，期货空头头寸会带来盈利，从而抵消现货端的损失。

因此，对冲者应该采用 □。

□

问题 1.3. (c) 期货对冲的最佳数量是多少？

Solution 1.3. 最佳期货合约数量 N 的计算公式为：

$$N = h^* \times \frac{\text{现货头寸规模}}{\text{每份期货合约规模}} = h^* \times \frac{Q_S}{Q_F}$$

代入数据：

$$N = 1.02125 \times \frac{55000}{5000} = 1.02125 \times 11 = 11.23375$$

由于期货合约数量必须为整数，取最接近的整数，最佳期货对冲数量为 $\boxed{11}$ 份合约（或根据实际需要可取 11 份）。

□

2 问题二：股指期货套期保值

某投资者持有 500 万的股票投资组合，组合为股票 A、股票 B、股票 C，其组合比例为 (0.2, 0.3, 0.5)， β 系数分别为 1.2、1.5、0.9。现股票指数为 400 点，市场无风险利率 $r = 10\%$ ，红利率 $q = 4\%$ （均为连续年利率）。股指期货合约乘数为 $z = 250$ 。

投资者希望利用 6 个月期的股指期货进行投资组合的套期保值。

Solution 2.1. 首先计算投资组合的加权平均 β 系数：

$$\beta_P = 0.2 \times 1.2 + 0.3 \times 1.5 + 0.5 \times 0.9 = 0.24 + 0.45 + 0.45 = 1.14$$

该投资组合的 β 为 1.14，意味着当市场指数变动 1% 时，投资组合价值平均变动 1.14%。

为了对冲系统性风险，需要计算应卖出的股指期货合约数量。套期保值所需期货合约数量的公式为：

$$N = \beta_P \times \frac{V_P}{V_F}$$

其中 $V_P = 5,000,000$ 元是投资组合价值， V_F 是每份股指期货合约的价值。

每份股指期货合约的价值为：

$$V_F = \text{指数点数} \times \text{合约乘数} = 400 \times 250 = 100,000 \text{ 元}$$

因此，需要卖出的期货合约数量为：

$$N = 1.14 \times \frac{5,000,000}{100,000} = 1.14 \times 50 = 57$$

操作策略：

投资者应该 来进行套期保值。

原理说明：

由于投资组合的 $\beta > 1$ ，其系统性风险高于市场平均水平。当市场下跌时，投资组合的跌幅会大于市场跌幅。通过卖出股指期货，可以在市场下跌时从期货端获得盈利，抵消现货组合的损失。

具体而言，若市场指数下跌 1%，则：

- 投资组合价值约下跌 1.14%，损失约 $5,000,000 \times 1.14\% = 57,000$ 元
- 股指期货头寸盈利约 $57 \times 100,000 \times 1\% = 57,000$ 元

两者大致抵消，实现了套期保值的目的。

□